

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :1988-1989 ( thi 10/8/1988 , tg =150')

### Bài 1

Cho  $A = \left( \frac{2+x}{2-x} - \frac{2-x}{2+x} - \frac{4x^2}{x^2-4} \right) : \frac{x-3}{2x-x^2}$

a/ Rút gọn A.

b/ Tính giá trị của A khi  $|x| = 1$

### Bài 2

Một chiếc xe tải đi từ tỉnh A đến B với vận tốc 40km/h.. Sau đó 1giờ 30 phút, một chiếc xe con cũng khởi hành từ tỉnh A để đi đến tỉnh B với vận tốc 60km/h. Hai xe gặp nhau khi chúng đã đi được một nửa quãng đường AB.

Tính quãng đường AB.

### Bài 3

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong một đường tròn và P là trung điểm của cung AB không chứa C và D. Hai dây PC và PD lần lượt cắt AB tại E và F. Các dây AD và PC kéo dài cắt nhau tại I: các dây BC và PD kéo dài cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

a/ Góc CID bằng góc CKD.

b/ Tứ giác CDFE nội tiếp được.

c/  $IK \parallel AB$ .

d/ Đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD tiếp xúc với PA tại A.

### Bài 4:

Tìm giá trị của x để biểu thức :

$$M = (2x - 1)^2 - 3|2x-1| + 2$$

Đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN đó.

## GỢI Ý GIẢI đề thi vào THPT 1988-1989

### Bài I:

1/ Đk:  $x \neq 0$  ;  $x \neq \pm 2$  &  $x \neq 3$

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{2+x}{2-x} - \frac{2-x}{2+x} - \frac{4x^2}{x^2-4} \right) : \frac{x-3}{2x-x^2} = \left( \frac{2+x}{2-x} - \frac{2-x}{2+x} + \frac{4x^2}{(2-x)(2+x)} \right) : \frac{x-3}{x(2-x)} \\ &= \frac{(2+x)^2 - (2-x)^2 + 4x^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} = \frac{x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 + 4x^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} \\ &= \frac{4x^2 + 8x}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} = \frac{4x(x+2)}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3} = \frac{4x^2}{x-3} \end{aligned}$$

$$2/ |x| = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{4}{1-3} = -2 \\ A = \frac{4}{-1-3} = -1 \end{cases}$$

**Bài II:**

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km ; x > 0)

Ta có phương trình:

I

$$\frac{x}{2} : 40 - \frac{x}{2} : 60 = \frac{3}{2}$$

**Bài III:**

a/  $\angle CID = \angle CKD$  vì là các góc chắn các cung bằng nhau.( $\Rightarrow$  CDIK nội tiếp)

b/ Tứ giác CDEF nội tiếp được vì góc ngoài bằng góc trong không kề với nó.

c/  $IK \parallel AB$  vì tứ giác CDIK nội tiếp  $\Rightarrow \angle IKD = \angle ICD$  &  $\angle ICD = \angle PFB$  ( tứ giác CDEF nội tiếp)  $\Rightarrow$  K luận .

d/ AF là tt đt(AFD) vì  $\angle EAF = \angle ADF$  (nt chắn các cung bằng nhau).

-

**Bài IV:**

$$M = (2x - 1)^2 - 3|2x-1| + 2 = (|2x - 1|)^2 - 3|2x-1| + \frac{9}{4} - \frac{1}{4}$$

$$= (|2x - 1| - \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } (|2x - 1| - \frac{3}{2})^2 = 0 \Leftrightarrow |2x - 1| = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = \pm \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = \frac{3}{2} \\ 2x-1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{4} \\ x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

.....  
**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

Năm học :1989-1990

### Bài 1

Cho biểu thức

$$A = 1 - \left( \frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{4x^2-1} - \frac{1}{1-2x} \right) : \frac{x-1}{4x^2+4x+1}$$

a/ Rút gọn A và nêu các điều kiện phải có của x.

b/ Tìm giá trị của x để  $A = -\frac{1}{2}$

### Bài 2

Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 50km/h. Sau khi đi được  $\frac{2}{3}$  quãng đường với vận tốc đó, vì đường khó đi nên người lái xe phải giảm vận tốc mỗi giờ 10km trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B chậm hơn 30 phút so với dự định. Tính quãng đường AB.

### Bài 3

Cho hình vuông ABCD và một điểm E bất kỳ trên cạnh BC. Tia Ax vuông góc với AE cắt cạnh CD kéo dài tại F. Kẻ trung tuyến AI của tam giác AEF và kéo dài cắt cạnh CD tại K. Đường thẳng qua E và song song với AB cắt AI tại G.

a/ Chứng minh  $AE = AF$ .

b/ Chứng minh tứ giác EGFK là hình thoi.

c/ Chứng minh tam giác AKF và CAF đồng dạng và  $AF^2 = KF \cdot CF$

d/ Giả sử E chuyển động trên cạnh BC, chứng minh rằng  $FK = BE + DK$  và chu vi tam giác ECK không đổi.

### Bài 4

Tìm giá trị của x để biểu thức  $y = \frac{x^2 - 2x + 1989}{x^2}$  (Đk  $x \neq 0$ ) đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN

đó.

## GỢI Ý GIẢI đề 1989-1990

### Bài I:

$$A = 1 - \left( \frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{4x^2-1} - \frac{1}{1-2x} \right) : \frac{x-1}{4x^2+4x+1}$$

1/Đk  $x \neq \pm \frac{1}{2}$  &  $x \neq 1$

$$A = 1 - \left( \frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{(2x-1)(2x+1)} + \frac{1}{2x-1} \right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2}$$

$$= 1 - \frac{2(2x-1) - 5x + 2x + 1}{(2x-1)(2x+1)} \cdot \frac{(2x+1)^2}{x-1} = 1 - \frac{4x-2-5x+2x+1}{(2x-1)(2x+1)} \cdot \frac{(2x+1)^2}{x-1}$$

$$= 1 - \frac{x-1}{(2x-1)(2x+1)} \cdot \frac{(2x+1)^2}{x-1} = 1 - \frac{2x+1}{2x-1} = \frac{-2}{2x-1}$$

$$2/ A = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-2}{2x-1} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x-1 = 4 \Leftrightarrow x = 2,5$$

### Bài II:

Gọi quãng đường AB là x (km & x > 0)

Ta có phương trình

$$\frac{2}{3}x : 50 + \frac{1}{3}x : 40 = \frac{x}{50} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x}{150} + \frac{x}{120} = \frac{x}{50} + \frac{1}{2}$$

### Bài III:

a/ AE = AF. Vì  $\angle FAD = \angle EAB$  (cùng phụ với  $\angle DAE$ )

$\Rightarrow \Delta ADB = \Delta ABE$  (cạnh gv- gn)  $\Rightarrow$  k luận.

b/ Các tam giác vuông IGE & IKF bằng nhau (GE // KT

IE = IF)  $\Rightarrow$  GF = GE = KF = KE (vì AK là trung trực).

c/ tam giác AKF và CAF đồng dạng và  $AF^2 = KF \cdot CF$

Vì ABCD là hình vuông  $\Rightarrow$  góc ACF =  $45^\circ$

Vì tam giác AEF vuông cân & AI là trung trực

$\Rightarrow$  góc FAK =  $45^\circ \Rightarrow$  2 tam giác đồng dạng (gg).

$\Rightarrow$  Tỉ số  $\Rightarrow$  k luận

d/ FD = BE (Vì 2 tam giác bằng nhau)  $\Rightarrow$  FK = BE + DK

$\Rightarrow C_{ECK} = FK + KC + EC$  &  $CD - DK = CK = BE$  ;

$\Rightarrow CE = DK$

$\Rightarrow C_{ECK} = 2BC$  (không đổi).

**Bài IV:**  $y = \frac{x^2 - 2x + 1989}{x^2}$  (Đk  $x \neq 0 \Rightarrow y \neq 0$ ) đạt giá trị nhỏ nhất  $\Leftrightarrow \frac{1}{y}$  đạt giá trị lớn nhất

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2 - 2x + 1989} \max \Leftrightarrow \frac{1}{1 - \frac{2}{x} + \frac{1989}{x^2}} \max \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x} + \frac{1989}{x^2} \min$$

$$\text{Mà } 1 - \frac{2}{x} + \frac{1989}{x^2} = \frac{1989}{x^2} - \frac{2}{x} + \frac{1989 \cdot (1988 + 1)}{1989^2} = 1989 \left( \frac{1}{x^2} - 2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1989} + \frac{1}{1989^2} \right) + \frac{1988}{1989}$$

$$= 1989. \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{1989} \right)^2 + \frac{1988}{1989} \geq \frac{1988}{1989} \Rightarrow \text{Min } y = \frac{1989}{1988} \text{ khi } x = 1989.$$

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học :1990-1991

### Bài 1:

Xét biểu thức

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{5\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$$

a/ Rút gọn P.

b/ Tìm các giá trị của x để  $P = \frac{6}{5}$

### Bài 2

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe đi với vận tốc 30km/h, xe con đi với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được  $\frac{3}{4}$  quãng đường AB, xe con tăng vận tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính quãng đường AB, biết rằng xe con đến tỉnh B sớm hơn xe tải 2 giờ 20 phút.

### Bài 3:

Cho đường tròn (O), một dây AB và một điểm C ở ngoài tròn nằm trên tia AB. Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính PQ của đường tròn, cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I. Các dây AB và QI cắt nhau tại K.

a/ Cm tứ giác PDKI nội tiếp được.

b/ Cm  $CI \cdot CP = CK \cdot CD$

c/ Cm IC là tia phân giác của góc ở ngoài đỉnh I của tam giác AIB

d/ Giả sử A, B, C cố định. Cm khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

### Bài 4

Tìm giá trị của x để biểu thức

$$y = x - \sqrt{x-1991} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm GTNN đó.}$$

## GỢI Ý GIẢI đề 1990-1991

### Bài I:

$$\begin{aligned}
1/ \text{Đk: } x \neq 1/9 &\Rightarrow P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{5\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right) \\
&= \frac{(\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+1) - (3\sqrt{x}-1) + 5\sqrt{x}}{(3\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+1)} : \frac{3\sqrt{x}+1 - 3\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x}+1} \\
&= \frac{3x + \sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 1 - 3\sqrt{x} + 1 + 5\sqrt{x}}{(3\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{3\sqrt{x}+1}{3} = \frac{3x}{(3\sqrt{x}-1)(3\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{3\sqrt{x}+1}{3} = \frac{x}{3\sqrt{x}-1}
\end{aligned}$$

$$2/ P = \frac{6}{5} \Leftrightarrow \frac{x}{3\sqrt{x}-1} = \frac{6}{5} \Rightarrow 5x - 6(3\sqrt{x}-1) = 0 \Leftrightarrow 5x - 18\sqrt{x} + 6 = 0$$

$$\Delta = \quad \Rightarrow \sqrt{x} =$$

### Bài II:

Gọi quãng đường AB là x(km,  $x > 0$ )

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{x}{30} = \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{45} + \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{50} + 2\frac{1}{3}$$

### Bài III

a/ tứ giác PDKI nội tiếp được vì  $\angle PDK = \angle PIK = 90^\circ$

b/  $CI \cdot CP = CK \cdot CD$  vì  $\Delta ICK \sim \Delta DCP$

c/ IC là tia pg vì IQ là pg  $\angle AIB$  và  $IC \perp IQ$

d/ K là điểm cố định vì IC, IK là các phân giác trong và ngoài tại I của tam giác AIB ( chia đều hòa)

$$\frac{KB}{KA} = \frac{IB}{IA} = \frac{CB}{CA} \text{ mà A,B,C cố định.}$$

### Bài IV:

Tìm giá trị của x để biểu thức

$y = x - \sqrt{x-1991}$  đạt giá trị nhỏ nhất

$$y = x - \sqrt{x-1991} = [(x-1991) - \sqrt{x-1991} + \frac{1}{4}] - \frac{1}{4} + 1991$$

$$= (\sqrt{x-1991} - \frac{1}{2})^2 + 1990\frac{3}{4} \geq \frac{1}{4} + 1990\frac{3}{4} = 1991 \Rightarrow \text{Min } y = 1991 \text{ khi } x = 1991$$

### Bài 1

Cho biểu thức

$$Q = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

a/ Rút gọn Q.

b/ Tìm giá trị của x để  $Q < 1$

**Bài 2** Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại đi vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó, phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tính số lượng xe phải điều theo dự định. Biết rằng mỗi xe chở số hàng như nhau.

### Bài 3

Cho đoạn thẳng AB và một điểm C nằm giữa A, B. Người ta kẻ trên nửa mặt phẳng bờ AB hai tia Ax và By vuông góc với AB và trên tia Ax lấy một điểm I. Tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

a/ Cm tứ giác CPKB nội tiếp được.

b/ Cm  $AI \cdot BK = AC \cdot CB$

c/ Cm tam giác APB vuông

d/ Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI lớn nhất.

### Bài 4

Chứng minh rằng các đường thẳng có phương trình  $y = (m-1)x + 6m - 1991$  (m tùy ý) luôn đi qua một điểm duy nhất mà ta có thể xác định được tọa độ của nó.

## GỢI Ý GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học :1991-1992

### Bài I:

a/Đk:  $x \geq 0$ ,  $x \neq 4$  &  $x \neq 9$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q &= \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \right) \\ &= \frac{x-3\sqrt{x}-x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} : \frac{9-x+(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{-3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{9-x+x-9-x+4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} = \frac{-3}{(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}{-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

b/ Tìm giá trị của x để  $Q < 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+2} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+2 > 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 1 \Leftrightarrow x > 1$  ( $x \neq 4$  &  $x \neq 9$ )

**Bài II:**

Gọi số xe dự định đi là x ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Ta có phương trình

$$\frac{40}{x} = \frac{40+14}{x+2} - \frac{1}{2}$$

**Bài III:**

a/ tứ giác CPKB nội tiếp được vì  $\angle CPK = \angle CBK = 90^\circ$

b/  $AI \cdot BK = AC \cdot CB$  vì  $\Delta AIC \sim \Delta BCK$  (gg)

c/  $\Delta APB$  vuông vì  $\angle APB = \angle APC + \angle BPC$

mà  $\angle APC = \angle AIC = \angle KGB$ ,  $\angle BPC = \angle BKC \Rightarrow KL$

d/  $S_{ABKI} = \frac{1}{2} AB \cdot (AI + BK)$

-

**Bài IV:**

$$y = (m-1)x + 6m - 1991 = mx - x + 6m - 1991$$

$$= m(x+6) - 1991 \Rightarrow \text{Nếu } x = -6 \text{ thì } y = -1991 + 6 = -1985$$

Vậy ta có A (-6 ; -1985) cố định.

**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

Năm học :1992-1993

**Bài 1:**

Cho biểu thức

$$B = \left( \frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$$

a/ Rút gọn B.

b/ Tìm  $\sqrt{B}$  khi  $x = 5 + 2\sqrt{3}$

**Bài 2:**



Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được  $\frac{3}{4}$  công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

**Bài 3:**

Cho nửa đường tròn đường kính AB. K là điểm chính giữa của cung AB. Trên cung KB lấy M ( $M \neq K, B$ ). Trên tia AM lấy N sao cho AN = BM. Kẻ dây BP//KM. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP, BM.

a/ So sánh các tam giác AKN và BKM.

b/ Cm tam giác KMN vuông cân.

c/ Tứ giác ANKP là hình gì? Tại sao?

d/ Gọi R,S lần lượt là giao điểm thứ 2 của QA và QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP, chứng minh khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên đường tròn cố định.

**Bài 4**

Giải phương trình

$$\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+\sqrt{x}} = \frac{2+\sqrt{x}}{2x}$$

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI**

Năm học :1992-1993

**Bài I:**

Đk:  $x \geq 0$  &  $x \neq 1 \Rightarrow B = \left( \frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

$$= \frac{2\sqrt{x}+x-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{x+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{x+\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

b/ Tìm  $\sqrt{B}$  khi  $x = 5 + 2\sqrt{3}$

$$B = \frac{1}{5+2\sqrt{3}-1} = \frac{1}{2(2+\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{B} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

**Bài II:**

Gọi thời gian làm một mình xong công việc của thứ nhất là  $x$ (giờ,  $x > 7\frac{1}{5}$ )

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là  $y$  (giờ,  $y > 7\frac{1}{5}$ )

Thì trong 1 giờ, người thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  (cv); người thứ hai làm được  $\frac{1}{y}$  (cv) & cả hai làm được

$\frac{5}{36}$  (cv).  $\Rightarrow$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

### Bài III:

a/ tam giác AKN = BKM. (cgc)

b/ tam giác KMN vuông cân vì KN = KM (2 tgbn)

&  $\angle AKN + \angle NKB = \angle NKB + \angle MKB$

c/ Tứ giác ANKP là hình bh vì  $\angle PAN = \angle KMN$

$= \angle KNM = 45^\circ$

&  $\angle RPK = \angle APK$  (tgnt)  $= \angle PAN = 45^\circ$

d/  $\angle ABM = \angle RPM$  (ABMP nt)

$\angle RPM = \angle QSR$  (RPMS nt)  $\Rightarrow RS \parallel AB$

$BP \parallel KM \Rightarrow$  cung KP = cung MB  $\Rightarrow \angle POM = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta OMP$  nội tiếp đường tròn đường kính PM (k đối)

$\Rightarrow \angle Q = 45^\circ$  (k đối)

Kẻ  $IE \parallel AQ$ ,  $IF \parallel BQ \Rightarrow \angle EIF = 45^\circ$  không đổi,  $RS = OM = OB = OA$  k đổi  $\Rightarrow E, F$  là trung điểm của OA và OB  $\Rightarrow E, F$  cố định

$\Rightarrow E$  (~ cung  $45^\circ$  vẽ trên đoạn EF)

### Bài IV:

Giải phương trình

$$\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+\sqrt{x}} = \frac{2+\sqrt{x}}{2x}$$

---

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học :1993-1994

### Bài 1:

Cho biểu thức

$$M = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} + \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} - 1 \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} - \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} \right)$$

a/ Rút gọn M

b/ Tính M khi  $x = \frac{1}{2}(3+2\sqrt{2})$

### Bài 2:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

### Bài 3:

Cho 2 đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  tiếp xúc ngoài nhau tại A và tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với  $(O_1)$ ,  $(O_2)$  lần lượt tại các điểm B,C và cắt Ax tại M. Kẻ các đường kính  $BO_1D$ ,  $CO_2E$ .

a/ Cmr M là trung điểm của BC.

b/ Cmr tam giác  $O_1MO_2$  vuông.

c/ Cmr B,A,E thẳng hàng; C,A,D thẳng hàng.

d/ Gọi I là trung điểm của DE. Cmr đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IO_1O_2$  tiếp xúc với đường thẳng BC.

**Bài 4:** Tìm m để hệ phương trình sau đây có nghiệm

$$\begin{cases} x^2 - (2m-3)x + 6 = 0 \\ 2x^2 + x + (m-5) = 0 \end{cases}$$

## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học :1993-1994

### Bài 1:

a/ Rút gọn; Đk  $x \geq 0$  &  $x \neq \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
M &= \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} + \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} - 1 \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} - \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} \right) \\
&= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{2x}-1) + (\sqrt{2x}+\sqrt{x})(\sqrt{2x}+1) - (2x-1)}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} : \frac{2x-1 + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{2x}-1) - (\sqrt{2x}+\sqrt{x})(\sqrt{2x}+1)}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} \\
&= \frac{x\sqrt{2} - \sqrt{x} + \sqrt{2x} - 1 + 2x + \sqrt{2x} + \sqrt{x} + x\sqrt{2} - 2x + 1}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} : \frac{2x-1 + x\sqrt{2} - \sqrt{x} + \sqrt{2x} - 1 - 2x - \sqrt{2x} - x\sqrt{2} - \sqrt{x}}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} \\
&= \frac{2x\sqrt{2} + 2\sqrt{2x}}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} : \frac{-2\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} = \frac{2\sqrt{2x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{2x}+1)(\sqrt{2x}-1)}{-2(\sqrt{x}+1)} = -\sqrt{2x}
\end{aligned}$$

b/ Tính M khi  $x = \frac{1}{2}(3+2\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(\sqrt{2}+1)^2$

$\Rightarrow M = -\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = -(\sqrt{2}+1)$

**Bài 2:**

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là  $x$  (h,  $x > 4\frac{4}{5}$ )

Thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là  $y$  (h,  $y > 4\frac{4}{5}$ )

Thì trong 1h vòi I chảy được  $\frac{1}{x}$  (bể), vòi II chảy được  $\frac{1}{y}$  (bể) & cả hai vòi chảy được  $1 : 4\frac{4}{5}$  (bể)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} & (1) \\ x = y - 1 & (2) \end{cases}$$

**Bài 3:**

a/ Cm M là trung điểm của BC.

$$\left. \begin{matrix} MA = MB \\ MB = MC \end{matrix} \right\} \Rightarrow MB = MC \text{ (t/c 2 tt cắt nhau)} \Rightarrow KL$$

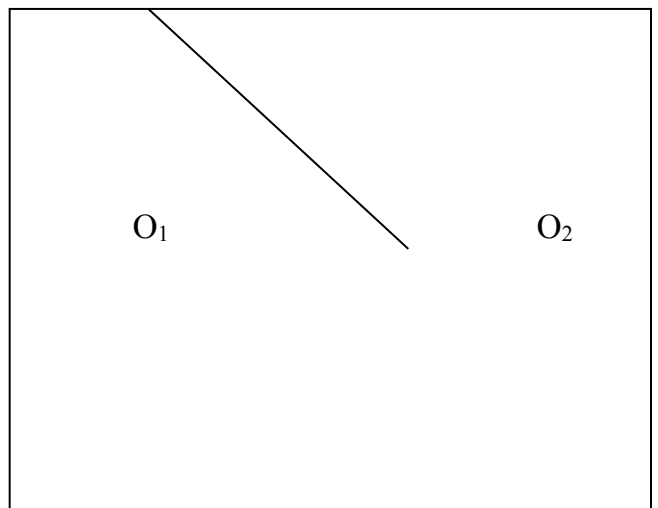
b/ Cm  $\Delta O_1MO_2$  vuông.

Vì  $MA = MB = MC$  (cmt)  $\Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại A

Mà  $ABM = AO_1M$  (gnt, góc ở tâm)

Và  $ACM = AO_2M \Rightarrow AO_1M + AO_2M = 90^\circ \Rightarrow KL$

c/ Cm B,A,E thẳng hàng; C,A,D thẳng hàng.



Vì  $\Delta ABC$  vuông tại A(cmt)  $\Rightarrow BAC = 90^\circ$  &  $EAC = 90^\circ$  (gnt chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow KL$   
 Tương tự với C, A, D.

d/ Cm BC là tt đt( $IO_1O_2$ )

$\Delta ADE$  vuông tại A(do đđ)  $\Rightarrow ID = IA = IE$  (t/c)  $\Rightarrow O_1I$  là trung trực của AD  $\Rightarrow O_1I \parallel O_2M$ , tương tự ta có  $O_2I \parallel O_1M$  mà  $O_1MO_2 = 90^\circ \Rightarrow$  tứ giác  $O_1MO_2I$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow$  tâm Đt ngoại tiếp  $\Delta IO_1O_2$  là giao điểm 2 đ chéo IM và  $O_1O_2$ . Tứ giác BCED là hình thang vuông ( $B = 90^\circ$ )  $\Rightarrow$  IM là đường trung bình  $\Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow BC$  là tt đt( $IO_1O_2$ ).

(Có thể dùng t/c đường trung bình của tam giác để cm tứ giác  $O_1MO_2I$  là hình bình hành &  $O_1MO_2 = 90^\circ \Rightarrow$  tứ giác  $O_1MO_2I$  là hình chữ nhật).

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :1994-1995

**Bài 1:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2a+1}{\sqrt{a^3}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$

a) Rút gọn P

b) Xét dấu của biểu thức P.  $\sqrt{1-a}$

**Bài 2:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại ngược từ B về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược 1h20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược là bằng nhau.

**Bài 3:**

Cho tam giác ABC cân tại A,  $A < 90^\circ$ , một cung tròn BC nằm trong tam giác ABC và tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Trên cung BC lấy một điểm M rồi hạ đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, CA, BA. Gọi P là giao điểm của MB, IK và Q là giao điểm của MC, IH.

a) Chứng minh rằng các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được

b) Chứng minh tia đối của tia MI là phân giác của góc HMK

c) Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra  $PQ \parallel BC$

d) Gọi  $(O_1)$  là đường tròn đi qua M, P, K,  $(O_2)$  là đường tròn đi qua M, Q, H; N là giao điểm thứ hai của  $(O_1)$  và  $(O_2)$  và D là trung điểm của BC. Chứng minh M, N, D thẳng hàng.

**Bài 4:** Tìm tất cả các cặp số (x;y) thoả mãn phương trình sau:

$$5x - 2\sqrt{x}(2+y) + y^2 + 1 = 0$$

**HDG ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

Năm học :1994-1995

**Bài 1:** a/Rg biểu thức (Đk :  $x \geq 0$  &  $x \neq 1$  )

$$P = \left( \frac{2a+1}{\sqrt{a^3}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) = \frac{2a+1-\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)} (a-\sqrt{a}+1-\sqrt{a})$$
$$= \frac{2a+1-a+\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)} (\sqrt{a}-1)^2 = \frac{a+\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)} (\sqrt{a}-1)^2 = \sqrt{a}-1$$

c) Xét dấu của biểu thức P.  $\sqrt{1-a}$

$$P \cdot \sqrt{1-a} = (\sqrt{a}-1) \cdot \sqrt{1-a} \quad \text{Với } a \geq 0 \text{ và } a < 1 \text{ thì } \sqrt{a} < 1 \Rightarrow \sqrt{a}-1 < 0 \Rightarrow P \cdot \sqrt{1-a} < 0.$$

**Bài 2:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Gọi khoảng cách giữa 2 bên là x (km;  $x > 0$ )

Thời gian xuôi là  $\frac{x}{30}$  (h). Thời gian ngược là  $\frac{x}{20}$  (h)

$$\text{Ta có phương trình } \frac{x}{20} - \frac{x}{30} = \frac{4}{3}$$

**Bài 3:**

a/ Chứng minh các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được

$MK \perp AB$  (gt)  $\Rightarrow MKB = 90^\circ$  &  $MI \perp BC$  (gt)

$\Rightarrow MIB = 90^\circ \rightarrow$  BIMK nội tiếp được

Tương tự với tứ giác CIMH

b/ C/m tia đối của tia MI là phân giác của HMK

Gọi tia đối của MI là Mx, ta có:

Vì tứ giác BIMK nội tiếp (cmt)  $\Rightarrow xMK = IBK$  (cùng bù KMI )

Vì tứ giác CIMH nội tiếp (cmt)  $\Rightarrow xMH = ICH$

Mà  $IBK = ICH$  (cùng chắn cung BC)  $\Rightarrow xMK = xMH \Rightarrow KL$

c/ Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra PQ//BC

$PMQ = \frac{1}{2}$  số cung lớn BC

$PIM = KBM$  (nt chắn cung KM)  $= \frac{1}{2}$  số cung BM

$QIM = HCM$  (nt chắn cung HM) =  $\frac{1}{2}$  số cung MC

→  $PMQ + PIM + QIM = 180^0 \Rightarrow$  tứ giác MPIQ nội tiếp được

$\Rightarrow PQM = PIM, PIM = KBM \& KBM = ICM \rightarrow PQM = ICM \Rightarrow PQ // BC$

## ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :1995-1996

**A/ lý thuyết : Học sinh chọn 1 trong 2 đề**

**Đề 1:** Phát biểu định nghĩa và nêu các tính chất của hàm số bậc nhất.

Trong 2 hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số bậc nhất ? Vì sao?

$$y = 1 - 2x ; y = x + \frac{1}{x}$$

**Đề 2 :** Phát biểu dấu hiệu nhận biết hình bình hành.

**B/ Bài tập**

**1/ Xét biểu thức**

$$B = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{8\sqrt{a}}{a-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}-a-3}{a-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$$

a) Rút gọn B.

b) So sánh B với 1.

**2/ Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể , thì sau 6 giờ đầy. Nếu vòi 1 chảy 20 phút và vòi 2 chảy 30 phút thì được  $\frac{1}{6}$  bể.

Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì phải bao lâu mới đầy bể ?

**Bài 3**

Cho nửa đường tròn đường kính AB và 2 điểm C,D thuộc nửa đường tròn sao cho cung  $AC < 90^0$  và góc  $COD = 90^0$ . Gọi M là một điểm trên nửa đường tròn, sao cho C là điểm chính giữa cung AM. Các dây AM và BM cắt OC, OD lần lượt tại E, F.

a/ Tứ giác OEMF là hình gì? Tại sao?

b/ Chứng minh D là điểm chính giữa cung MB.

c/ Đường thẳng d tiếp xúc với nửa đường tròn tại M và cắt các tia OC, OD lần lượt tại I và K. Chứng minh rằng tứ giác OBKM và OAIM nội tiếp được.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ tn 1995-1996

**Bài I:**

$$a/ B = \frac{4\sqrt{a}}{a+4}$$

$$b/ \text{ Xét bt } B - 1 = \frac{4\sqrt{a}}{a+4} - 1 = \frac{-(\sqrt{a}-2)^2}{a+4} \leq 0 \Rightarrow B = 1 \text{ khi } a = 4.$$

**Bài II:**

$$\text{Hệ pt: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Tg vòi 1 chày = 10h, tg vòi 2 chày = 15h.

**Bài III:**

a/ MEOF là hcn vì có 3 góc vuông.

b/  $OD \perp MB \Rightarrow$

c/ KM & KB là tiếp tuyến nên góc OMK = góc OBK =  $90^\circ$

### ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học :1995-1996

**Bài1:** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

a) Rút gọn A

b) Tìm GT của a để  $A > 1/6$

**Bài2:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$  (ẩn x)



- a) Giải phương trình khi  $m = -\frac{3}{2}$
- b) Tìm các GT của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- c) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Tìm GT của m để

$$x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = m^2$$

**Bài 3:** Cho tam giác ABC ( $AB > AC$ ;  $\angle BAC > 90^\circ$ ). I, K thứ tự là các trung điểm của AB, AC. Các đường tròn kính AB, AC cắt nhau tại điểm thứ hai D; tia BA cắt đường tròn (K) tại điểm thứ hai E, tia CA cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai F.

- a) Chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng
- b) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.
- c) Chứng minh ba đường thẳng AD, BF, CE đồng quy
- d) Gọi H là giao điểm thứ hai của tia DF với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Hãy so sánh độ dài các đoạn thẳng DH, DE.

**Bài 4:** Xét hai phương trình bậc hai:  $ax^2 + bx + c = 0$ ;  $cx^2 + bx + a = 0$ .

Tìm hệ thức giữa a, b, c là điều kiện cần và đủ để hai phương trình trên có một nghiệm chung duy nhất.

## GỢI Ý GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

Năm học : 1995-1996

**Bài 1:** a/ Rg biểu thức (Đk  $a > 0$  &  $a \neq 1$ )

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right) \\ &= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1) - (\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} = \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{a-1-a+4}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{3} = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b/ Tìm GT của a để  $A > 1/6$

$$\begin{aligned} A > \frac{1}{6} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{a}-2) - \sqrt{a}}{6\sqrt{a}} > 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{a}-4-\sqrt{a}}{6\sqrt{a}} > 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a}-4 > 0 \text{ (vì } 6\sqrt{a} > 0) \Leftrightarrow \sqrt{a} > 4 \Leftrightarrow a > 16 \text{ (tmđk)} \end{aligned}$$

**Bài 2:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$  (ẩn x)

a/ Giải phương trình khi  $m = -\frac{3}{2}$

$$\text{Ta có } x^2 - 2\left(-\frac{3}{2} + 2\right)x - \frac{3}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

b/Tìm các GT của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - (m+1) > 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 4 - m - 1 > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m + 3 > 0 \\ m < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m + 3 > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2\frac{3}{2}m + \frac{9}{4} + \frac{3}{4} > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \left( \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall m \right)$$

### **Bài 3:**

a/Chứng minh hai điểm B,C,D thẳng hàng

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

b/Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

$$\text{Vì } \angle BFC = \angle BEC = 90^\circ \Rightarrow \text{nt (đl)}$$

c/Chứng minh ba đường thẳng AD,BF,CE đồng quy

Vì AD, BF, CE là các đường cao của  $\Delta ABC \Rightarrow$  đồng quy

## **ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

Năm học :1996-1997

Khóa thi ngày 28-29-30/V/1997

A/ Lý thuyết (2đ). Học sinh chọn 1 trong 2 đề:

Đề I: Hãy chứng minh công thức

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{Với } a \geq 0 \text{ và } b > 0$$

Áp dụng để tính:  $\sqrt{\frac{18}{25}} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{50}}$

**Đề II:** Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây cung lớn nhất của đường tròn.

### B. Bài toán bắt buộc.

#### I. Đại số (4 điểm)

1)(2đ) Cho biểu thức:

$$P = \frac{2a+4}{a\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}+2}{a+\sqrt{a}+1} - \frac{2}{\sqrt{a}-1}$$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi  $a = 3 - 2\sqrt{2}$

2) (2đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một người dự định sản xuất 120 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do tăng năng suất 4 sản phẩm mỗi giờ, nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 1 giờ. Hãy tính năng suất dự kiến của người đó.

#### II. Hình học (4 đ)

Cho đường tròn  $(O;r)$  và dây cung AB ( $AB < 2r$ ). Trên tia AB lấy điểm C sao cho  $AC > AB$ . Từ C kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn tại P, K. Gọi I là trung điểm AB.

a) Chứng minh tứ giác CPIK nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh 2 tam giác ACP và PCB là đồng dạng. Từ đó suy ra:  $CP^2 = CB \cdot CA$

c) Gọi H là trực tâm của tam giác CPK. Hãy tính PH theo r.

d) Giả sử  $PA \parallel CK$ , chứng minh rằng tia đối của tia BK là tia phân giác của góc CBP

### GỢI Ý GIẢI Đề tn 1996-1997

#### Bài I:

$$1/ P = \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1}$$

$$2/ a = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow P = \frac{2\sqrt{2} - 1}{7}$$

#### Bài II:

Gọi năng suất dự kiến là x (sp/h & x nguyên dương)

$$\text{Pt: } \frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1 \Leftrightarrow x_1 = 20 \text{ (tmđk)} \text{ \& } x_2 = -24 \text{ (loại)}$$

### Bài III:

1/ Góc OIC =  $90^\circ$  (I là trung điểm của AB)

Góc CPO = góc CKO (tc tiếp tuyến)  $\Rightarrow$  CPIK nt

$$2/ \Delta ACP \sim \Delta PCB \Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{CA}{CP} \Rightarrow CP^2 = CA \cdot CB$$

3/ H (~ OC (H là trục tâm)  $\Rightarrow$  tứ giác OPHK là hình thoi  $\Rightarrow$  OP = r.

4/  $\angle BKC = \angle BPK$  (cùng chắn cung BK)

$\angle KBC = \angle BKP$  (cung AK = cung PK)

$\Rightarrow \angle KBC = \angle PKB \Rightarrow$  Kết luận.

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :1996-1997( thi 21/7/1996 — tg 150')

### Bài 1: Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$$

1) Rút gọn A

2) Với GT nào của x thì A đạt GTNN và tìm GTNN đó

### Bài 2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước .Sau khi đi được 1/3 quãng đường AB người đó tăng vận tốc lên 10km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian lăn bánh trên đường, biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24phút.

### Bài3:

Cho đường tròn (O) bán kính R và một dây BC cố định. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Lấy điểm M trên cung nhỏ AC, kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.

1) Chứng minh góc AMD= góc ABC và MA là tia phân giác của góc BMD.

2) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và góc BDC có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

- 3) Tia DA cắt tia BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F, chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.
- 4) Chứng minh tích  $P=AE.AF$  không đổi khi M di động. Tính P theo bán kính R và  $ABC = \alpha$

#### **Bài4:**

Cho hai bất phương trình :  $3mx - 2m > x + 1$  (1)

$$m - 2x < 0 \quad (2)$$

Tìm m để hai bất phương trình trên có cùng tập hợp nghiệm

### **ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI \***

NĂM HỌC :1997-1998

#### **A.Lý thuyết (hs chọn 1 trong 2 đề)**

1/ Định nghĩa căn bậc hai số học và chứng minh công thức :  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$  với  $a \geq 0; b \geq 0$ .

2/ Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn .

#### **B. Bài toán**

1, Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{1}{\sqrt{a-1}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$$

a/ Rút gọn A.

b/Tìm giá trị của a để  $A > \frac{1}{6}$

2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 48km/h. Sau khi đi một giờ ô tô bị chặn đường bởi xe hỏa 10 phút. Do đó , để đến tỉnh B đúng hạn , xe phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB.

3/. Cho đường tròn (O;R ), một dây CD có trung điểm là H. Trên tia đối của tia DC lấy một điểm S và qua S kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn. Đường thẳng AB cắt các đường thẳng SO; OH lần lượt tại E và F.

a/ Chứng minh tứ giác SEHF nội tiếp.

b/Chứng minh  $OE.OS = R^2$

c/  $OH.OF = OE.OS$ .

d/ Khi S di động trên tia đối của tia DC hãy chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

## GỢI Ý GIẢI đề 1997- 1998

### Bài I:

$$1/ A = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}}$$

$$2/ A > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow a > 16$$

### Bài II:

Gọi quãng đường AB là x (km, x > 0).

Ta có pt:

$$\frac{x}{48} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{x-48}{48+6} \Leftrightarrow 120 \text{ (tmdk)}$$

### Bài III:

a/ Tứ giác SEHF nội tiếp vì  $\angle SEF = \angle SHF = 90^\circ$

b/  $\Delta AOS$  vuông tại A  $\Rightarrow$  hệ thức.

c/  $\Delta HOS \sim \Delta EOF \Rightarrow$

d/ OH cố định &  $OF = \frac{R^2}{OH} \Rightarrow F$  cố định.

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :1997-1998

(26/7/1997- tg= 150')

### Bài 1

Cho biểu thức

$$A = \sqrt{x} : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$$

a/Rút gọn A.

b/ Tìm x để A = 7

### Bài 2:

Một công nhân dự tính làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng trong thực tế xí nghiệp lại giao làm 80 sản phẩm. Vì vậy, mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm song thời gian hoàn thành công việc vẫn tăng so với dự định 12 phút.

Tính năng suất dự kiến, biết rằng mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.

**Bài 3:**

Cho đường tròn  $O$  bán kính  $R$ , một dây  $AB$  cố định ( $AB < 2R$ ) và một điểm  $M$  tùy ý trên cung lớn  $AB$  ( $M$  khác  $A, B$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của dây  $AB$  và  $(O')$  là đường tròn qua  $M$  và tiếp xúc với  $AB$  tại  $A$ . Đường thẳng  $MI$  cắt  $(O)$ ,  $(O')$  lần lượt tại các giao điểm thứ hai là  $N, P$ .

1/ Cm  $IA^2 = IP \cdot IM$

2/ Cm tứ giác  $ANBP$  là hình bình hành.

2/ Cm  $IB$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MBP$ .

4/ Cm khi  $M$  di chuyển thì trọng tâm  $G$  của tam giác  $PAB$  chạy trên 1 cung tròn cố định.

**Bài 4:**

Trong hệ tọa độ vuông góc  $xOy$ , cho Parabol  $y = x^2$  ( $P$ ) và đường thẳng  $y = x + m$  ( $d$ )

Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt hai nhánh của  $(P)$  tại  $A$  và  $B$  sao cho tam giác  $AOB$  vuông tại  $O$ ?

**GỢI Ý GIẢI đề 1997- 1998**

**Bài I:**

1/

2/

3/

**Bài II:**

1/

2/

3/

**Bài III:**

-

-

**Bài IV:**

1/

2/

3/

**Bài V:****ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI \***

Năm học :1998-1999

*(Cơ sở để chọn vào lớp 10)***A. Lí thuyết (2 điểm):** Học sinh chọn một trong hai đề sau:**Đề 1:** Phát biểu tính chất cơ bản của phân thức đại số. Các đẳng thức sau đúng hay sai, vì sao?

$$\frac{3(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = 3; \frac{5m - 25}{15 - 5m} = \frac{m - 5}{m - 3}$$

**Đề 2:** CMR: nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.**B. Bất bước(8 điểm):****Bài1(2,5 điểm):** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3-1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x+1}} \right)$ 

- Rút gọn P
- Tìm GT nguyên của x để P nhận GT nguyên dương.

**Bài 2(2 điểm):** *Giải bài toán bằng cách lập phương trình*

Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36km trong thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó dừng lại nghỉ 18 phút. Do đó để đến B đúng hẹn người đó đã tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lăn bánh trên đường.

-

**Bài3(3,5 điểm):**

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

- Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật
- Chứng minh:  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$



- 3) Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.
- 4) Chứng minh rằng: nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ 1998 - 1999

**Bài I:**

$$1/ P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$2/ P = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}-3} \Rightarrow P \sim N \text{ khi } \sqrt{x}-3 \text{ là ước dương của } 3 \Rightarrow x = 16 \text{ và } x = 36$$

**Bài II:**

Gọi x là vận tốc ban đầu (  $x > 0$  và km/h)

Ta có phương trình :

$$\frac{18}{x} + \frac{18}{x+2} + \frac{3}{10} = \frac{36}{x} \Leftrightarrow x_1 = 10 \text{ (tmdk); } x_2 = -12 \text{ (loại)}$$

**Bài III:**

$$1/ \angle AEH = \angle AFH = \angle A = 90^0$$

$$2/ AE \cdot AB = AF \cdot AC = R^2$$

$$3/ \angle AEF = \angle C = \angle KAF \Rightarrow \Delta IAC \text{ cân} \Rightarrow IA = IC$$

$$\text{Tương tự, } IA = IB \Rightarrow kl$$

$$4/ GT \Rightarrow S_{ABC} = 4S_{AFE} \Rightarrow \text{tỉ số đồng dạng } k = 2 \Rightarrow EF = \frac{1}{2} CB = AH$$

$$\Rightarrow AH = AI \Rightarrow H \equiv I \Rightarrow kl$$

.....

### ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI \*

Năm học :1999-2000

**A.Lí thuyết (2 điểm):** Học sinh chọn một trong hai đề sau:

**Đề1:** Phát biểu hai quy tắc đổi dấu của phân thức. Viết công thức minh họa cho tong quy tắc.

áp dụng: Thực hiện phép tính :  $\frac{2a^2}{a-b} + \frac{a^2+b^2}{b-a}$ .

**Đề 2:** Phát biểu định lí về góc nội tiếp của đường tròn . Chứng minh định lí trong trường hợp tâm O nằm trên một cạnh của góc.

**B. Bài toán bắt buộc (8 điểm):**

**Bài 1 (2,5 điểm):** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm các GT của x để  $P > 0$
- Tìm các số m để có các GT của x thỏa mãn  $P. \sqrt{x} = m - \sqrt{x}$ .

**Bài 2 (2 điểm):** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đi đến B. Xe tải đi với vận tốc 40km/h, xe con đi với vận tốc 60km/h. Sau khi mỗi xe đi được nửa đường thì xe con nghỉ 40 phút rồi chạy tiếp đến B; xe tải trên quãng đường còn lại đã tăng vận tốc thêm 10km/h nhưng vẫn đến B chậm hơn xe con nửa giờ. Hãy tính quãng đường AB.

**Bài 3 (3,5 điểm):**

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với đường tròn ( B, C, M, N thuộc đường tròn;  $AM < AN$ ). Gọi I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với đường tròn (E là trung điểm của MN).

- Chứng minh 4 điểm A, O, E, C cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh : góc AOC = góc BIC;
- Chứng minh :  $BI // MN$
- Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ

**Bài I:**

$$1/ P = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$$

$$2/ x > 1$$

$$3/ P. \sqrt{x} = m - \sqrt{x} \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 1 - m = 0$$

Đk:  $m > -1$  &  $m \neq 1$

**Bài II:**

Gọi quãng đường AB là x (km &  $x > 0$ )

Phương trình

$$\frac{x}{80} + \frac{x}{100} = \frac{x}{60} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 200 \text{ (tmdk)}$$

**Bài III:**

1/OE  $\perp$  MN và OC  $\perp$  AC

2/ chứng minh  $\angle BOA = \angle AOC$  và  $\angle AOC = \angle BIC$

3/ chứng minh  $\angle AEC = \angle AOC$  &  $\angle AEC = \angle BIC$

4/ $S_{AIN}$  lớn nhất khi  $S_{ABN}$  lớn nhất

$S_{ABN}$  lớn nhất khi B,O,N thẳng hàng.

.....

**ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

**Năm học :2000-2001**

**A.Lí thuyết (2 điểm):** Học sinh chọn một trong hai đề sau:

**Đề 1:** Thế nào là phép khử mẫu của biểu thức lấy căn. Viết công thức tổng quát.

Ap dụng tính :  $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} + \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ .

**Đề 2:** Phát biểu và chứng minh định lí góc có đỉnh bên trong đường tròn.

**B.Bài toán bắt buộc( 8điểm):**

**Bài 1(2,5 điểm):** Cho biểu thức

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right).$$

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P biết  $x= 6-2\sqrt{5}$

c) Tìm các GT của n để có x thỏa mãn  $P.(\sqrt{x}+1) > \sqrt{x}+n$ .

**Bài 2(2 điểm):** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô chạy trên sông trong 8h, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó ,ca nô này chạy trong 4h, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

### Bai3(3,5 điểm):

Cho đường tròn (O) đường kính  $AB=2R$ , dây  $MN$  vuông góc với dây  $AB$  tại  $I$  sao cho  $IA < IB$ .

Trên đoạn  $MI$  lấy điểm  $E$  ( $E$  khác  $M$  và  $I$ ). Tia  $AE$  cắt đường tròn tại điểm thứ hai  $K$ .

- Chứng minh tứ giác  $IEKB$  nội tiếp.
- C/m tam giác  $AME, AKM$  đồng dạng và  $AM^2 = AE \cdot AK$
- C/m:  $AE \cdot AK + BI \cdot BA = 4R^2$
- Xác định vị trí điểm  $I$  sao cho chu vi tam giác  $MIO$  đạt GTLN.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ 2000- 2001

#### Bài I:

$$1/ P = 1 - \sqrt{x}$$

$$2/ x = 6 - 2\sqrt{5} = (\sqrt{5} - 1)^2 \Rightarrow P = 2 - \sqrt{5}$$

$$3/ P \cdot (\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + n \Leftrightarrow (1 - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + n$$

$$\Leftrightarrow 1 - x > \sqrt{x} + n \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 1 < -n \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} < \frac{5}{4} - n \quad (\text{vì đk } x > 0 \ \& \ x \neq 4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 < \frac{5}{4} - n$$

$$\Rightarrow n < 1$$

#### Bài II:

Gọi  $x$  là vt xuôi,  $y$  là vt ngược (km/h &  $x > y > 0$ ).

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{81}{x} + \frac{105}{y} = 8 \\ \frac{54}{x} + \frac{42}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 21 \end{cases} \quad (\text{tmđk})$$

#### Bài III:

$$1/ \angle EIB = \angle EKB = 90^\circ \Rightarrow \text{nội tiếp}$$

$$2/ \angle MAE = \angle KAM$$

$$\angle AME = \angle AKM \Rightarrow \Delta MAE \sim \Delta AKM \text{ (gg)} \Rightarrow KL$$

$$3/ AE \cdot AK = AM^2$$

$$BI \cdot BA = BM^2 \text{ (hệ thức)} \Rightarrow AM^2 + BM^2 = AB^2 = 4R^2$$

$$4/ C_{MIO} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow MI + IO \text{ lớn nhất}$$

Ta có :  $(MI + IO)^2 \leq 2(MI^2 + IO^2) = 2R^2$

$\implies$  chu vi MIO lớn nhất khi  $IO = MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

## ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :2001-2002

**A. Lí thuyết (2 điểm):** Học sinh chọn một trong hai đề sau:

**Đề 1:** Phát biểu định nghĩa và nêu tính chất của hàm số bậc nhất.

Ap dụng: Cho hai hàm số bậc nhất  $y = 0,2x-7$  và  $y = 5-6x$

Hỏi hàm số nào đồng biến , hàm số nào nghịch biến , vì sao?

**Đề 2:** Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp đường tròn.

**B. Bài tập bắt buộc(8 điểm):**

**Bài 1(2,5 điểm):** Cho biểu thức  $P = \left( \sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm các GT của x để  $P < 0$
- Tìm GTNN của P

**Bài 2(2 điểm):** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một công nhân dự định làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Sau khi làm được 2h với năng suất dự kiến , người đó đã cải tiến cách thao tác nên đã tăng năng suất được 2 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy đã hoàn thành 150 sản phẩm sớm hơn dự kiến 30 phút. Hãy tính năng suất dự kiến ban đầu.

**Bài 3(3,5 điểm):**

Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và một đường kính EF bất kì (E khác A,B). Tiếp tuyến tại B với đường tròn cắt các tia AE, AF lần lượt tại H, K . Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt HK tại M.

- Chứng minh tứ giác AEBF là hình chữ nhật
- Chứng minh tứ giác EFKH nội tiếp đường tròn
- Chứng minh AM là trung tuyến của tam giác AHK
- Gọi P, Q là trung điểm tương ứng của HB, BK, xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác EFQP có chu vi nhỏ nhất.

## GỢI Ý GIẢI ĐỀ

### Bài I:

- 1/
- 2/
- 3/

### Bài II:

- 1/
- 2/
- 3/

### Bài III:

- 
- 

### Bài IV:

- 1/
- 2/
- 3/
- 4/

### Bài V:

\*

---

## ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :2002-2003

(30/5/2003)

**A- Lý thuyết (2đ)** thí sinh chọn một trong 2 đề sau

Đề 1, Phát biểu và viết dạng tổng quát của qui tắc khai phương một tích.

Áp dụng tính:  $P = \frac{\sqrt{50} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ .

Đề 2. Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây lòn nhất của đường tròn.

**B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)**

**Bài 1 (2,5 đ)**

Cho biểu thức  $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a/ Rút gọn P.

b/ Tìm giá trị của x để  $P = -1$ .

c/ Tìm m để với mọi giá trị của  $x > 9$  ta có:

$$m(\sqrt{x}-3)P > x+1$$

**Bài 2 (2đ).** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21% , vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

**Bài 3 (3,5đ).**

Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho  $AI = \frac{2}{3}AO$ . Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho

C không trùng với M,N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a/ Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong đường tròn.

b/ Chứng minh  $\triangle AME$  đồng dạng với  $\triangle ACM$  và  $AM^2 = AE.AC$

c/ Chứng minh  $AE.AC - AI.IB = AI^2$

d/ Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

## GỢI Ý GIẢI ĐỀ

**Bài I:**

1/

2/

3/

**Bài II:**

1/

2/

3/

**Bài III:**

-

-

**Bài IV:**

1/

2/

3/

4/

**Bài V:**

\*

**ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THCS THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

**Năm học :2003-2004**

**A-Lý thuyết(2 điểm).** Thí sinh chọn một trong hai đề sau:

Đề 1. Định nghĩa phương trình bậc nhất hai ẩn số và nghiệm của nó. Hãy tìm nghiệm chung của 2 phương trình :  $x + 4y = 3$  và  $x - 3y = -4$ .

Đề 2. Phát biểu định lý góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn. Chứng minh định lý trong trường hợp hai cạnh của góc cắt đường tròn.

**B- Bài tập bắt buộc (8 điểm)**

**Bài 1:** Cho biểu thức  $P = \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính GT của P khi  $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$

c) Tìm các GT của x thoả mãn P.  $\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$

**Bài 2:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Để hoàn thành một công việc , hai tổ phải làm chung trong 6h. Sau 2h làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác , tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10h. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

**Bài3:**



Cho đường tròn  $(O;R)$ , đường thẳng  $d$  không qua  $O$  cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Từ một điểm  $C$  trên  $d$  ( $C$  nằm ngoài đường tròn), kẻ hai tiếp tuyến  $CM, CN$  tới đường tròn ( $M, N$  thuộc  $O$ ). Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , đường thẳng  $OH$  cắt tia  $CN$  tại  $K$ .

- 1) Chứng minh 4 điểm  $C, O, H, N$  thuộc một đường tròn
- 2) Chứng minh:  $KN \cdot KC = KH \cdot KO$
- 3) Đoạn thẳng  $CO$  cắt  $(O)$  tại  $I$ , chứng minh  $I$  cách đều  $CM, CN, MN$ .
- 4) Một đường thẳng đi qua  $O$  và song song với  $MN$  cắt các tia  $CM, CN$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Xác định vị trí của điểm  $C$  trên  $d$  sao cho diện tích tam giác  $CEF$  nhỏ nhất.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ

#### Bài I:

1/

2/

3/

#### Bài II:

1/

2/

3/

#### Bài III:

-

-

#### Bài IV:

1/

2/

3/

4/

#### Bài V:

\*

NĂM HỌC 2004- 2005

Ngày thi 26/5/2005

**A/ Lý thuyết (2đ):** Học sinh chọn 1 trong 2 đề

**Đề 1:** Nêu điều kiện để  $\sqrt{A}$  có nghĩa.

Áp dụng : Với giá trị nào của x thì  $\sqrt{2x-1}$  có nghĩa.

**Đề 2:** Phát biểu và chứng minh định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

**B. Bài tập bắt buộc (8đ)**

**Bài 1 (2,5đ)** Cho biểu thức  $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$

a/ Rút gọn P.

b/ Tính giá trị của P khi  $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

c/ Tìm m để có x thỏa mãn  $P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$

**Bài 2 (2đ) giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

**Bài 3 (3,5 đ)**

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ 2 là H và K.

a/ Cm tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp.

b/ cm góc ACM bằng góc KHM.

c/ cm các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

d/ Giả sử  $AC < AB$ , hãy xác định vị trí của M để tứ giác AHBC là hình thang cân.

**GỢI Ý GIẢI đề 2004-2005**

**Bài I:**

1/Đk  $x > 0, x \neq 1 \ \& \ x \neq 4$

$$\begin{aligned}
P &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x} \right) : \left( \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) \\
&= \left[ \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right] : \left[ \frac{(2+\sqrt{x})(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right] \\
&= \frac{\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-4} = \frac{-4(\sqrt{x}-1) \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-4 \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \sqrt{x}-1
\end{aligned}$$

$$2/x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-3}{2}$$

$$3/ P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$$

**Bài II:**

1/

2/

3/

**Bài III:**

-

-

**Bài IV:**

1/

2/

3/

4/

**Bài V:**

\*

**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI\***

Năm học :2006- 2007

(thi ngày 16/6/2006 — 120')

**Bài 1** (2,5 điểm)

Cho biểu thức  $P = \left[ \frac{a + 3\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - 1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right)$

1/ Rút gọn biểu thức P

2/ Tìm a để  $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a} + 1}{8} \geq 1$

**Bài 2** (2,5 điểm)

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài 80 km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72 km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

**Bài 3** ( 1 điểm )

Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hai hàm số  $y = 2x + 3$  và  $y = x^2$ .

Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính  $S_{ABCD}$ .

**Bài 4** (3 điểm)

Cho (O) đường kính  $AB = 2R$ , C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) CMR: BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) Tính AH . AK theo R.

c) Xác định vị trí của điểm K để  $(KM + KN + KB)$  đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

**Bài 5** (1 điểm)

Cho hai số dương x, y thoả mãn điều kiện:  $x + y = 2$ . Chứng minh:  $x^2y^2(x^2+y^2) \leq 2$ .

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ****Bài I:**

1/Đk  $a \neq 1$  &  $a \geq 0$ .

$$\begin{aligned} \Rightarrow P &= \left[ \frac{a + 3\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - 1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) \\ &= \left[ \frac{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} \right] : \left( \frac{\sqrt{a} - 1}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)} + \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)} \right) \\ &= \left[ \frac{(\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} - 1)} - \frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a} - 1)} \right] : \frac{2\sqrt{a}}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}-1} \cdot \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{2\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}}$$

$$2/ \frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1$$

### Bài II:

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h, x > 4)

Ta có phương trình

$$\frac{80}{x+4} = \frac{72}{x-4} - \frac{1}{4}$$

### Bài III:

Giải pt:  $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 \ \& \ x_2 = 3$  (theo Vi et)  $\Rightarrow y_1 = 1 \ \& \ y_2 = 9$

$\Rightarrow A(-1; 1) \ \& \ B(3; 9)$

$S_{ABCD} = (AD + BC) (|OD| + |OC|) : 2$  (vì tứ giác ABCD là hình thang vuông)

### Bài IV:

1/ Tứ giác BCHK có  $\angle C = \angle K = 90^\circ \Rightarrow nt$

2/  $\Delta ACH \sim \Delta AKB$  (gg)  $\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH \cdot AK = AB \cdot AC = R^2$

3/ Cm  $\Delta BMN$  đều  $\Rightarrow KM + KN + KB = 2KN$

$\Rightarrow \max$  khi  $KN \max = 2R$

$\Rightarrow K, O, N$  thẳng hàng (K là điểm chính giữa cung BM)

$\Rightarrow \max(KM + KN + KB) = 4R$

(Bài tập 20 /trang 76 /sách BTT9 tập II)



### Bài V:

$$x^2y^2(x^2+y^2) = \frac{1}{2}xy \cdot [2xy \cdot (x^2 + y^2)] \leq \frac{1}{2}xy \cdot \left( \frac{x^2 + 2xy + y^2}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}xy \cdot \left[ \frac{(x+y)^2}{2} \right]^2 = 2xy \leq$$

$$2\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 2 \quad (\text{Áp dụng Cô si cho 2 số dương và } x + y = 2).$$

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :2007-2008 (20/6/2007 — 120')

### **Bài 1** ( 2,5 điểm )

Cho biểu thức :  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$  Với  $x \geq 0$  &  $x \neq 1$

1/ Rút gọn biểu thức P.

2/ Tìm x để  $P < \frac{1}{2}$ .

### **Bài 2** ( 2,5 điểm )

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

### **Bài 3** ( 1 điểm )

Cho phương trình  $x^2 + bx + c = 0$

1/ Giải phương trình khi  $b = -3$  và  $c = 2$ .

2/ Tìm b, c để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt và tích của chúng bằng 1.

### **Bài 4** ( 3,5 điểm )

Cho đường tròn (O; R) tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên d lấy điểm H không trùng với điểm A và  $AH < R$ . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d, đường thẳng này cắt đường tròn tại hai điểm E và B ( E nằm giữa B và H ).

1/ Chứng minh  $ABE = EAH$  và  $\Delta ABH \sim \Delta EAH$ .

2/ Lấy điểm C trên d sao cho H là trung điểm của đoạn thẳng AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. Chứng minh AHEK là tứ giác nội tiếp.

3/ Xác định vị trí điểm H để  $AB = R\sqrt{3}$ .

### **Bài 5** ( 0,5 điểm )

Cho đường thẳng  $y = (m - 1)x + 2$

Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó là lớn nhất.

### GỢI Ý GIẢI ĐỀ 2007-2008

#### Bài I:

$$1/ P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$2/ P < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9 \text{ \& } x \neq 1$$

#### Bài II:

Gọi vận tốc lúc đi là  $x$  ( km/h &  $x > 0$  )

Ta có phương trình

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 12$$

#### Bài III:

$$2/ \text{Đ k: } \text{giải hpt: } \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow b^2 - 4c > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \Leftrightarrow c = 1 \end{cases}$$

#### Bài IV:

1/ Hai tam giác đồng dạng theo trường hợp gg

2/  $\Delta HAE = \Delta HCE$  (cgc)  $\Rightarrow \angle C = \angle HAF$ , mà  $\angle HAF = \angle B$  (do 2 tam giác đ dạng)

Mặt khác,  $\angle B + \angle HAB = 90^\circ \Rightarrow \angle C + \angle HAB = 90^\circ \Rightarrow \angle AKE = 90^\circ \Rightarrow \angle AKE + \angle AHE = 180^\circ \Rightarrow$  nt

$$3/ \text{Hạ } OI \perp AB \Rightarrow AI = \frac{1}{2} AB = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos(\angle OAI) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle OAI = 30^\circ \Rightarrow \angle BAH = 60^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

#### Bài V:

Đồ thị luôn đi qua A (0;2) cố định khi  $a = m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Gọi B là điểm cắt trục hoành. Kẻ  $OH \perp AB$ . Trong tam giác vuông OAB ta có:

$OH \leq OA$ . Dấu “=” xảy ra khi  $H \equiv A \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI\*

Năm học :2008-2009 (18/6/2008 — 120')

### **Bài 1** ( 2,5 điểm )

Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$

1/ Rút gọn P.

2/ Tìm giá trị của P khi  $x = 4$ .

3/ Tìm x để  $P = \frac{13}{3}$ .

### **Bài 2** ( 2,5 điểm )

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

### **Bài 3** ( 3,5 điểm )

Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + 1$

1/ Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2/ Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB theo m ( O là gốc toạ độ ).

### **Bài 4** ( 3,5 điểm )

Cho đường tròn (O) có đường kính  $AB = 2R$  và E là điểm bất kì trên đường tròn đó ( E khác A và B ). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

1/ Chứng minh tam giác KAF đồng dạng với tam giác KEA.

2/ Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

3/ Chứng minh  $MN \parallel AB$ , trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

4/ Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK; Q là giao điểm của MF và BK.

### **Bài 5** ( 0,5 điểm )

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A, biết:

$$A = (x - 1)^4 + (x - 3)^4 + 6(x - 1)^2(x - 3)^2$$



## GỢI Ý GIẢI ĐỀ 2008-2009

### Bài I:

$$1/P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$$

$$2/ P = 7/2$$

$$3/ \text{Đk } x > 0 \Rightarrow 3x - 10\sqrt{x} + 3 = 0 \Rightarrow x = 9 \text{ hoặc } x = 1/9$$

### Bài II:

Tổ I = 400sp; Tổ II = 500sp

### Bài III:

$$1/ \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - mx - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{cắt tại 2 điểm}$$

$$2/ S_{AOB} = \frac{1}{2}(|x_1| + |x_2|) = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

### Bài IV:

3/ MN là đường kính của (I) . góc INE = góc OBE (= góc IEN)  $\Rightarrow$  MN // AB.

4/ Chu vi tam giác KPQ = KP + PQ + KQ = QB + QK + FK = BK + FK  $\geq$  BK + FO =  $R(\sqrt{2} + 1)$ .

Dấu “=” xảy ra khi E là điểm chính giữa cung AB.

### Bài V:

Đặt  $a = x - 2 \Rightarrow A = 8a^4 + 8 \geq 8$

Dấu “=” xảy ra khi  $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

---

## KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT\*

Năm học: 2009-2010

(TG=120')

### Bài 1 ( 2,5 điểm )

Cho biểu thức :  $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ , với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 25$ .

3/ Tìm giá trị của x để  $A = -\frac{1}{3}$ .

### Bài 2 ( 2,5 điểm )

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình;

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo ?

**Bài 3** ( 1 điểm )

Cho phương trình (ẩn x):  $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2 = 0$

1/ Giải phương trình đã cho với  $m = 1$ .

2/ Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức:  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ .

**Bài 4** ( 3,5 điểm )

Cho đường tròn (O; R) và A là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn ( B, C là các tiếp điểm ).

1/ Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

2/ Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và  $OE.OA=R^2$ .

3/ Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O; R) lấy điểm K bất kì ( K khác B và C ). Tiếp tuyến tại K của đường tròn (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại các điểm P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

4/ Đường thẳng qua O, vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại các điểm M, N. Chứng minh  $PM + QN \geq MN$ .

**Bài 5** ( 0,5 điểm )

Giải phương trình.

$$\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$$

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ 2009-2010**

**Bài I**

$$1/ A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$2/ A = \frac{5}{3}$$

$$3/x = \frac{1}{4}$$

**Bài II**

$$\text{Tổ I} = 170; \text{Tổ II} = 160$$

**Bài III**

$$1/ m=1 \Rightarrow x_1=1; x_2=3$$

$$2/ \Delta > 0 \Leftrightarrow m > 1/2$$

$$x_1 + x_2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow m_1 = 1, m_2 = -5 \Rightarrow \text{Kết luận } m = 1.$$

#### Bài IV

$$4/ \Delta PMO \sim \Delta OQN \Rightarrow PM \cdot QN = OM \cdot ON = MN^2 / 4$$

$$(PM + QN)^2 \geq 4PM \cdot QN = MN^2$$

$$\Rightarrow PM + QN \geq MN$$

#### Bài V

$$\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x + 1)(x^2 + 1) \quad \text{ĐK: } x \geq -1/2$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x + 1)(x^2 + 1) \Leftrightarrow (2x + 1)x^2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -1/2 \text{ (Tmđk)}$$

### KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT\*

Năm học: 2010-2011

Môn Toán (thi ngày 22/6/2010)

#### **Bài 1(2,5 điểm):**

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+9}{x-9}, x \geq 0 \text{ \& } x \neq 9.$$

1) Rút gọn P.

2) Tìm giá trị của x để  $P = \frac{1}{3}$ .

3) Tìm GTLN của P.

#### **Bài 2(2,5 điểm):** giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó?

#### **Bài 3(1,0 điểm):**

Cho Parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d)  $y = mx - 1$

- 1) CMR với mọi  $m$  thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- 2) Gọi  $x_1, x_2$  là các hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của  $m$  để  $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$ .

**Bài 4(3,5 điểm):**

Cho (O;R) đường kính  $AB = 2R$  và điểm C thuộc đường tròn đó ( C khác A,B). D thuộc dây BC (D khác B,C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E, tia AC cắt BE tại F.

- 1) Chứng minh tứ giác FCDE nội tiếp
- 2) Chứng minh  $DA \cdot DE = DB \cdot DC$
- 3) Chứng minh  $\angle CFD = \angle OCB$ . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O). ∧
- 4) Cho biết  $DF = R$ , chứng minh  $\tan \angle AFB = 2$ .

**Bài 5 (0,5 điểm):**

Giải phương trình  $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2 + 7}$

**GỢI Ý GIẢI ĐỀ 2010-2011**

**Bài I:**

1/  $A = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$

2/  $x = 36$  (tmđk)

3/  $\text{Max} A = 1$  khi  $x = 0$  (tmđk)

**Bài II:**

Gọi chiều rộng là  $x$ , ta có pt:  $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow$  chiều dài = 12m.

**Bài III:**

1/ Xét phương trình:  $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$ , có  $\Delta > 0$  nên có 2 nghiệm phân biệt  $\Rightarrow$  cắt tại 2 điểm phân biệt.

2/ Theo định lý Vi et ta có  $x_1 + x_2 = -m$  &  $x_1 x_2 = -1 \Rightarrow m = 3$ .

**Bài IV:**

1/ Tứ giác FCDE nội tiếp vì có 2 góc đối bằng nhau ( $= 90^\circ$ )

2/  $\triangle ADC \sim \triangle BDE$  (gg)

3/

$$4/ \tan \angle AFB = \frac{BC}{FC} = \frac{AB}{DF} = \frac{2R}{R} = 2 \quad (\text{tam giác CBA} \sim \text{tam giác CFD})$$

### Bài 5

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 7 &= (x+4)\sqrt{x^2 + 7} && \Leftrightarrow x^2 + 7 - x\sqrt{x^2 + 7} - 4\sqrt{x^2 + 7} + 4x = 0 \\ &&& \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7}(\sqrt{x^2 + 7} - x) - 4\sqrt{x^2 + 7} - x = 0 \\ &&& \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 7} - x)(\sqrt{x^2 + 7} - 4) = 0 \\ &&& \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 7} - x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7 = x^2 \Leftrightarrow x \geq 0 \\ \sqrt{x^2 + 7} - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3 \end{cases} \end{aligned}$$

---

## ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT HÀ NỘI\*

Năm học: 2011 – 2012

ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

### Bài I (2,5 điểm)

Cho  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ , Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 25$  ta có.

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tìm giá trị của A khi  $x = 9$ .
- 3) Tìm x để  $A < .$

### Bài II (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

### Bài III (1,0 điểm)

Cho parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 2x - m^2 + 9$ .

- 1) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi  $m = 1$ .
- 2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

### Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính  $AB = 2R$ . Gọi  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không

trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d1, d2 lần lượt tại M, N.

1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh góc ENI = góc EBI và góc MIN = 90°.

3) Chứng minh AM.BN = AI.BI.

4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

**Bài V (0,5 điểm)**

Với  $x > 0$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$

**BÀI GIẢI**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT HÀ NỘI**

Năm học: 2011 – 2012

**Bài I: (2,5 điểm)** Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 25$  ta có :

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25} \\ &= \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5\sqrt{x}-25}{x-25} = \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \end{aligned}$$

$$2) \quad x = 9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad A < \frac{1}{3} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x}-15 < \sqrt{x}+5 \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 20 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 10 \Leftrightarrow 0 \leq x < 100 \end{aligned}$$

**Bài II: (2,5 điểm)**

Cách 1: Gọi x (ngày) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) là số ngày theo kế hoạch đội xe chở hết hàng

Theo đề bài ta có:  $\left(\frac{140}{x} + 5\right)(x-1) = 140 + 10$

$$\Leftrightarrow 140x + 5x^2 - \frac{140}{x} - 5 = 150 \Leftrightarrow 5x^2 - 15x - 140 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \text{ hay } x = -4 \text{ (loại)}$$

Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Cách 2: Gọi  $a$  (tấn) ( $a \geq 0$ ): số tấn hàng mỗi ngày,

$b$  (ngày) ( $b \in \mathbb{N}^*$ ): số ngày

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} a \cdot b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot b = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b = 140$$

$\Leftrightarrow b = 7$  hay  $b = -4$  (loại). Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

### Bài III: (1,0 điểm)

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) khi  $m = 1$  là:

$$x^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = 4$$

$$y(-2) = 4, y(4) = 16$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi  $m = 2$  là:  $(-2; 4)$  và  $(4; 16)$ .

2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:  $x^2 = 2x - m^2 + 9$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow (1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu} \Leftrightarrow a \cdot c = m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow m^2 < 9$$

$$\Leftrightarrow |m| < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

### Bài IV: (3,5 điểm)

1) Xét tứ giác MAIE có 2 góc vuông là góc A, và góc E (đối nhau)

nên chúng nội tiếp trong đường tròn đường kính MI.

2) Tương tự ta có tứ giác ENBI nội tiếp đường tròn đường

kính IN. Vậy góc ENI = góc EBI (vì cùng chắn cung EI)

Tương tự góc EMI = góc EAI (vì cùng chắn cung EI)

Mà góc EAI + góc EBI =  $90^\circ$  ( $\triangle EAD$  vuông tại E)

$$\Rightarrow \text{góc MIN} = 180^\circ - (\text{góc EMI} + \text{góc ENI})$$

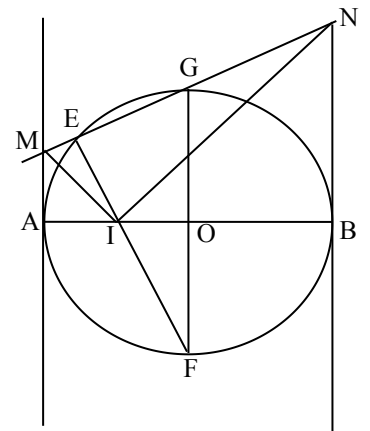
$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

3) Xét 2 tam giác vuông MAI và IBN

Ta có góc NIB = góc IMA (góc có cạnh thẳng góc)

$\Rightarrow$  chúng đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{AM}{IB} = \frac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI \quad (1)$$



4) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có  $AM + BN = 2OG$  (2) (Vì tứ giác AMNB là hình thang và cạnh OG là cạnh trung bình của AM và BN)

$$\text{Ta có : } AI = \frac{R}{2}, BI = \frac{3R}{2}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow AM + BN = 2R \text{ và } AM \cdot BN = \frac{3R^2}{4}$$

Vậy AM, BN là nghiệm của phương trình  $X^2 - 2RX + \frac{3R^2}{4} = 0$

$\Rightarrow AM = \frac{R}{2}$  hay  $BN = \frac{3R}{2}$ . Vậy ta có 2 tam giác vuông cân là MAI cân tại A và NBI cân tại B

$$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2}} \text{ và } NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} = \frac{3R}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{(\text{MIN})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$$

**Bài V: (0,5 điểm)**

$$M = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x + \frac{1}{4x} + 2010 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}} + 2010 = 2011$$

khi  $x = \frac{1}{2}$  ta có  $M = 2011$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2011.



## ĐỀ THI VÀO 10 THPT MÔN TOÁN Hà Nội 2012-2013

Ngày 21/6/2012 - Thời gian 120'

### Bài I (2,5đ)

1/ Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}}$ . Tính giá trị của biểu thức khi  $x = 36$

2/ Rút gọn biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{4}{\sqrt{x-4}} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x+2}}$  (với  $x \geq 0, x \neq 16$ )

3/ Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức  $B.(A-1)$  là số nguyên.

### Bài II (2,0 đ) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai người cùng làm chung một công việc trong  $\frac{12}{5}$  giờ thì xong . Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

### Bài III (1,5đ)

1/ Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

2/ Cho phương trình  $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$  (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 + x_2^2 = 7$ .

**Bài IV (3,5đ).** Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh  $ACM = ACK$ .

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho  $BE = AM$ . Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn tại (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và  $\frac{AP.MB}{MA} = R$ . Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

**Bài V (0,5đ).** Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện  $x \geq 2y$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}.$$